

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ  
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«КАРАЧАЕВО-ЧЕРКЕССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ  
УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ У.Д. АЛИЕВА»

Физико-математический факультет



Р.А. Бостанов

04 июля 2023 г.

**Рабочая программа дисциплины**

**Дифференциальная геометрия**

(наименование дисциплины (модуля))

Направление подготовки:

**44.04.01 Педагогическое образование**

(шифр, название направления)

Направленность (профиль) программы:

**Математическое образование**

Квалификация выпускника

**магистр**

Форма обучения

**Заочная, очно – заочная**

**Год начала подготовки - 2022**

(по учебному плану)

Карачаевск, 2023

Составитель: канд. пед. наук, доцент кафедры алгебры и геометрии Гербеков Х.А.

Рабочая программа дисциплины составлена в соответствии с Федеральным государственным образовательным стандартом высшего образования по направлению подготовки 44.04.01 Педагогическое образование, направленность (профиль) программы: «Математическое образование», утвержденного приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 22.02.2018, № 126, учебным планом, основной профессиональной образовательной программой высшего образования по направлению подготовки 44.04.01 Педагогическое образование, направленность (профиль) программы: «Математическое образование», локальными актами КЧГУ.

Рабочая программа рассмотрена и утверждена на заседании кафедры алгебры и геометрии на 2023-2024 уч. год.

Протокол № 10 от 30.06. 2023 г.

Заведующий кафедрой, канд.пед. наук, доцент



Гербеков Х.А.

## Оглавление

1. Наименование дисциплины (модуля).....	4
2. Место дисциплины (модуля) в структуре образовательной программы .....	4
3. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы .....	4
4. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества академических часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся.....	5
5. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий.....	6
6. Образовательные технологии.....	8
7. Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине (модулю).....	9
7.1. Описание шкал оценивания степени сформированности компетенций.....	9
7.2. Типовые контрольные задания или иные учебно-методические материалы, необходимые для оценивания степени сформированности компетенций в процессе освоения учебной дисциплины.....	12
7.2.1. Типовые задания к контрольным работам:.....	12
7.2.2. Примерные вопросы к итоговой аттестации (зачет – 1 курс).....	14
7.2.3. Критерии оценки устного ответа на вопросы по дисциплине .....	15
7.2.4. Бально-рейтинговая система оценки знаний бакалавров.....	15
8. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля).....	17
9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля).....	18
10. Требования к условиям реализации рабочей программы дисциплины (модуля) .....	19
10.1. Общесистемные требования.....	19
10.2. Материально-техническое и учебно-методическое обеспечение дисциплины.....	19
10.3. Необходимый комплект лицензионного программного обеспечения .....	19
10.4. Современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы.....	20
11. Особенности реализации дисциплины для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья .....	20
12. Лист регистрации изменений .....	21

# 1. Наименование дисциплины (модуля)

*Дифференциальная геометрия*

**Целью изучения дисциплины** является

теоретическое освоение обучающимися основных разделов дифференциальной геометрии, необходимых для понимания роли математики в профессиональной деятельности; формирования культуры мышления, способности к обобщению, анализу, восприятию информации, постановке цели и выбору путей её достижения; освоения основных методов дифференциальной геометрии и топологии, применяемых в решении профессиональных задач и научно-исследовательской деятельности.

**Для достижения цели ставятся задачи:**

получить представление о роли дифференциальной геометрии в профессиональной деятельности;

изучить необходимый понятийный аппарат дисциплины;

сформировать умения доказывать геометрические теоремы;

сформировать умения решать типовые задачи основных разделов дифференциальной геометрии;

формирование систематизированных знаний в области дифференциальной геометрии и ее методов, необходимых для дальнейшего самостоятельного освоения научной информации.

## 2. Место дисциплины (модуля) в структуре образовательной программы

Данная дисциплина (модуль) относится к части блока Б1 учебного плана, формируемой участниками образовательных отношений.

Дисциплина (модуль) изучается на 1 курсе.

<b>МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОП ВО</b>	
Индекс	Б1.В.05
<b>Требования к предварительной подготовке обучающегося:</b>	
Для успешного освоения дисциплины студент должен иметь базовую подготовку по элементарной математике в объеме программы средней школы, должен изучить дисциплины: алгебру, геометрию, математический анализ.	
<b>Дисциплины и практики, для которых освоение данной дисциплины (модуля) необходимо как предшествующее:</b>	
Дисциплина (модуль) "Дифференциальная геометрия" является необходимой для изучения дисциплин профессионального цикла и практик, формирующих компетенцию УК-1.	

## 3. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы

В результате освоения ОП ВО бакалавриата обучающийся должен овладеть следующими результатами обучения по дисциплине (модулю):

<b>Коды компетенции</b>	<b>Результаты освоения ОП ВО Содержание компетенций*</b>	<b>Код и наименование индикатора достижения компетенции</b>	<b>Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине**</b>
-------------------------	--	---	--

УК-1	Способен осуществлять критический анализ проблемных ситуаций на основе системного подхода, вырабатывать стратегию действий	<p>УК.М-1.1 Анализирует конкретную задачу как систему, с выявлением ее составляющих и связей между ними</p> <p>УК.М-1.2 Определяет недостающие связи и пробелы в информации, необходимой для решения проблемной ситуации и организует процесс по их устранению</p> <p>УК.М-1.3 Критически подходит к оценке надежности информации, применяя при этом системный подход, сравнивая и различая информацию из разных источников</p> <p>УК.М-1.4 Выбирает методы и средства решения задачи с выработкой стратегии действий</p> <p>УК.М-1.5 Рассматривает и предлагает конкретные варианты решения поставленной задачи, на основе системного подхода и выработанной стратегии действий</p>	<p><b>Знать:</b> основные определения и понятия дифференциальной геометрии; воспроизводить основные факты дифференциальной геометрии; распознавать объекты дифференциальной геометрии; понимать связь между различными понятиями дифференциальной геометрии</p> <p><b>Уметь:</b> выбирать метод и алгоритм для решения конкретной типовой задачи дифференциальной геометрии, аргументировать свой выбор; строить простейшие геометрические модели реальных процессов и ситуаций</p> <p><b>Владеть:</b> навыками выбора метода и алгоритма для решения конкретной типовой задачи дифференциальной геометрии, аргументировать свой выбор; строить простейшие геометрические модели реальных процессов и ситуаций</p>
------	--	--	--

**4. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества академических часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся**

Общая трудоемкость (объем) дисциплины (модуля) составляет 3 ЗЕТ, 108 академических часа.

Объем дисциплины	Всего часов	
	для очной формы обучения	для заочной формы обучения

<b>Общая трудоемкость дисциплины</b>	-	108
<b>Контактная работа обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий)* (всего)</b>		
<b>Аудиторная работа (всего):</b>	-	8
в том числе:		
лекции	-	-
семинары, практические занятия	-	8
практикумы		
лабораторные работы		
<b>Внеаудиторная работа:</b>		
курсовые работы		
консультация перед экзаменом		
Внеаудиторная работа также включает индивидуальную работу обучающихся с преподавателем, групповые, индивидуальные консультации и иные виды учебной деятельности, предусматривающие групповую или индивидуальную работу обучающихся с преподавателем), рефераты, контрольные работы и др.		
<b>Самостоятельная работа обучающихся (всего)</b>	-	96
<b>Контроль самостоятельной работы</b>		4
<b>Вид промежуточной аттестации обучающегося (зачет / экзамен)</b>	-	Зачет -1 курс, вторая сессия

**5. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий**

**Для очной формы**

Очная форма не предусмотрена

**Для заочной формы**

№ п/п	Раздел, тема дисциплины	Общая трудоемкость (в часах)	Виды учебных занятий, включая самостоятельную работу обучающихся и трудоемкость(в часах)			Сам. работа		
			Аудиторные уч. занятия					
			Лек	Пр	Лаб			
	<b>РАЗДЕЛ 1. ЭЛЕМЕНТЫ ОБЩЕЙ ТОПОЛОГИИ</b>							
1	Понятие топологического пространства, примеры топологических пространств.						УК-1	индивидуальные задания

	Метрические пространства							
2	Непрерывные отображения и гомеоморфизмы топологических пространств						УК-1	индивидуальные задания
3	Компактность и связность топологических и метрических пространств	4				4	УК-1	индивидуальные задания
	<b>РАЗДЕЛ 2. ГЛАДКИЕ КРИВЫЕ</b>							
4	Плоские и пространственные кривые. Примеры. Способы их задания. Репер Френе	8				8	УК-1	индивидуальные задания
5	Кривизна и кручение кривой, формулы. Натуральные уравнения кривой	6		2		4	УК-1	опрос
	<b>РАЗДЕЛ 3. ГЛАДКИЕ ПОВЕРХНОСТИ</b>							
6	Определение и способы задания поверхности и гладкой поверхности. Касательная плоскость и нормаль к поверхности.	6				6	УК-1	индивидуальные задания
7	Первая квадратичная форма и ее роль, метрика поверхности	6		2		4	УК-1	опрос
8	Вторая квадратичная форма. Кривизна линии на поверхности	2				2	УК-1	индивидуальные задания
9	Главные кривизны поверхности. Полная (гауссова) и средняя кривизны поверхности	4				4	УК-1	индивидуальные задания
	<b>РАЗДЕЛ 4. ГЛАДКИЕ МНОГООБРАЗИЯ</b>							
10	Определение гладкого многообразия. Примеры. Многообразия с краем	4				4	УК-1	индивидуальные задания
11	Отображения многообразий	6				6	УК-1	индивидуальные задания
12	Риманова метрика, касательный вектор и касательное пространство к многообразию	6				6	УК-1	индивидуальные задания
13	Векторные поля на многообразии. Теорема Гаусса-Бонне	6				6	УК-1	индивидуальные задания
14	Индекс особой точки векторного поля. Теорема Пуанкаре-Бендиксона	8		2		6	УК-1	опрос
15	Интеграл дифференциальной формы. Общая формула Стокса и ее частные случаи (формулы Грина, Стокса, Остроградского-Гаусса).	12		2		10	УК-1	опрос
14	Контроль самостоятельной работы	4				-		
	ВСЕГО	108	-	8	-	96		

## **5.2. Тематика лабораторных занятий**

Учебным планом не предусмотрены

## **5.3. Примерная тематика курсовых работ**

Учебным планом не предусмотрены

## **6. Образовательные технологии**

При проведении учебных занятий по дисциплине используются традиционные и инновационные, в том числе информационные образовательные технологии, включая при необходимости применение активных и интерактивных методов обучения.

Традиционные образовательные технологии реализуются, преимущественно, в процессе лекционных и практических занятий. Инновационные образовательные технологии используются в процессе аудиторных занятий и самостоятельной работы студентов в виде применения активных и интерактивных методов обучения.

Информационные образовательные технологии реализуются в процессе использования электронно-библиотечных систем, электронных образовательных ресурсов и элементов электронного обучения в электронной информационно-образовательной среде для активизации учебного процесса и самостоятельной работы студентов.

**Развитие у обучающихся навыков командной работы, межличностной коммуникации, принятия решений и лидерских качеств при проведении учебных занятий.**

Практические (семинарские) занятия относятся к интерактивным методам обучения и обладают значительными преимуществами по сравнению с традиционными методами обучения, главным недостатком которых является известная изначальная пассивность субъекта и объекта обучения.

Практические занятия могут проводиться в форме групповой дискуссии, «мозговой атаки», разборка кейсов, решения практических задач и др. Прежде, чем дать группе информацию, важно подготовить участников, активизировать их ментальные процессы, включить их внимание, развивать кооперацию и сотрудничество при принятии решений.

Методические рекомендации по проведению различных видов практических (семинарских) занятий.

### **1. Обсуждение в группах**

Групповое обсуждение какого-либо вопроса направлено на нахождение истины или достижение лучшего взаимопонимания, Групповые обсуждения способствуют лучшему усвоению изучаемого материала.

На первом этапе группового обсуждения перед обучающимися ставится проблема, выделяется определенное время, в течение которого обучающиеся должны подготовить аргументированный развернутый ответ.

Преподаватель может устанавливать определенные правила проведения группового обсуждения:

- задавать определенные рамки обсуждения (например, указать не менее 5... 10 ошибок);
- ввести алгоритм выработки общего мнения (решения);
- назначить модератора (ведущего), руководящего ходом группового обсуждения.

На втором этапе группового обсуждения вырабатывается групповое решение совместно с преподавателем (арбитром).

Разновидностью группового обсуждения является круглый стол, который проводится с целью поделиться проблемами, собственным видением вопроса, познакомиться с опытом, достижениями.

### **2. Публичная презентация проекта**



Презентация – самый эффективный способ донесения важной информации как в разговоре «один на один», так и при публичных выступлениях. Слайд-презентации с использованием мультимедийного оборудования позволяют эффективно и наглядно представить содержание изучаемого материала, выделить и проиллюстрировать сообщение, которое несет поучительную информацию, показать ее ключевые содержательные пункты. Использование интерактивных элементов позволяет усилить эффективность публичных выступлений.

### **3. Дискуссия**

Как интерактивный метод обучения означает исследование или разбор. Образовательной дискуссией называется целенаправленное, коллективное обсуждение конкретной проблемы (ситуации), сопровождающейся обменом идеями, опытом, суждениями, мнениями в составе группы обучающихся.

Как правило, дискуссия обычно проходит три стадии: ориентация, оценка и консолидация. Последовательное рассмотрение каждой стадии позволяет выделить следующие их особенности.

Стадия ориентации предполагает адаптацию участников дискуссии к самой проблеме, друг другу, что позволяет сформулировать проблему, цели дискуссии; установить правила, регламент дискуссии.

В стадии оценки происходит выступление участников дискуссии, их ответы на возникающие вопросы, сбор максимального объема идей (знаний), предложений, пресечение преподавателем (арбитром) личных амбиций отклонений от темы дискуссии.

Стадия консолидации заключается в анализе результатов дискуссии, согласовании мнений и позиций, совместном формулировании решений и их принятии.

В зависимости от целей и задач занятия, возможно, использовать следующие виды дискуссий: классические дебаты, экспресс-дискуссия, проблемная дискуссия, ролевая (ситуационная) дискуссия.

## **7. Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине (модулю)**

### **7.1. Описание шкал оценивания степени сформированности компетенций**

Уровни сформированности и компетенций	Индикаторы	Качественные критерии оценивание			
		2 балла	3 балла	4 балла	5 баллов
<b>УК-1</b>					

Базовый	<p><b>Знать:</b> основные определения и понятия дифференциальной геометрии; воспроизводить основные факты дифференциальной геометрии; распознавать объекты дифференциальной геометрии; понимать связь между различными понятиями дифференциальной геометрии</p>	<p><b>Не знает:</b> основные определения и понятия дифференциальной геометрии; воспроизводить основные факты дифференциальной геометрии; распознавать объекты дифференциальной геометрии; понимать связь между различными понятиями дифференциальной геометрии</p>	<p><b>В целом знает:</b> основные определения и понятия дифференциальной геометрии; воспроизводить основные факты дифференциальной геометрии; распознавать объекты дифференциальной геометрии; понимать связь между различными понятиями дифференциальной геометрии</p>	<p><b>Знает:</b> основные определения и понятия дифференциальной геометрии; воспроизводить основные факты дифференциальной геометрии; распознавать объекты дифференциальной геометрии; понимать связь между различными понятиями дифференциальной геометрии</p>	
	<p><b>Уметь:</b> выбирать метод и алгоритм для решения конкретной типовой задачи дифференциальной геометрии, аргументировать свой выбор; строить простейшие геометрические модели реальных процессов и ситуаций</p>	<p><b>Не умеет:</b> выбирать метод и алгоритм для решения конкретной типовой задачи дифференциальной геометрии, аргументировать свой выбор; строить простейшие геометрические модели реальных процессов и ситуаций</p>	<p><b>В целом умеет:</b> выбирать метод и алгоритм для решения конкретной типовой задачи дифференциальной геометрии, аргументировать свой выбор; строить простейшие геометрические модели реальных процессов и ситуаций</p>	<p><b>умеет:</b> выбирать метод и алгоритм для решения конкретной типовой задачи дифференциальной геометрии, аргументировать свой выбор; строить простейшие геометрические модели реальных процессов и ситуаций</p>	
	<p><b>Владеть:</b> навыками выбора метода и алгоритма для решения конкретной типовой задачи дифференциальной геометрии, аргументировать свой выбор; строить простейшие геометрические модели реальных процессов и ситуаций</p>	<p><b>Не владеет:</b> навыками выбора метода и алгоритма для решения конкретной типовой задачи дифференциальной геометрии, аргументировать свой выбор; строить простейшие геометрические модели реальных процессов</p>	<p><b>В целом владеет:</b> навыками выбора метода и алгоритма для решения конкретной типовой задачи дифференциальной геометрии, аргументировать свой выбор; строить простейшие геометрические</p>	<p><b>Владеет:</b> навыками выбора метода и алгоритма для решения конкретной типовой задачи дифференциальной геометрии, аргументировать свой выбор; строить простейшие геометрические модели ре-</p>	

		и ситуаций	модели реальных процессов и ситуаций	реальных процессов и ситуаций	
повышенный	<p><b>Знать:</b> основные определения и понятия дифференциальной геометрии; воспроизводить основные факты дифференциальной геометрии; распознавать объекты дифференциальной геометрии; понимать связь между различными понятиями дифференциальной геометрии</p>				<p><b>В полном объеме знает:</b> основные определения и понятия дифференциальной геометрии; воспроизводить основные факты дифференциальной геометрии; распознавать объекты дифференциальной геометрии; понимать связь между различными понятиями дифференциальной геометрии</p>
	<p><b>Уметь:</b> выбирать метод и алгоритм для решения конкретной типовой задачи дифференциальной геометрии, аргументировать свой выбор; строить простейшие геометрические модели реальных процессов и ситуаций</p>				<p><b>В полном объеме умеет:</b> выбирать метод и алгоритм для решения конкретной типовой задачи дифференциальной геометрии, аргументировать свой выбор; строить простейшие геометрические модели реальных процессов и ситуаций</p>

	<p><b>Владеть:</b>          навыками выбора метода и алгоритма для решения конкретной типовой задачи дифференциальной геометрии, аргументировать свой выбор; строить простейшие геометрические модели реальных процессов и ситуаций математики.</p>			<p><b>В полном объеме владеет:</b>          навыками выбора метода и алгоритма для решения конкретной типовой задачи дифференциальной геометрии, аргументировать свой выбор; строить простейшие геометрические модели реальных процессов и ситуаций</p>
--	---	--	--	---

**7.2. Типовые контрольные задания или иные учебно-методические материалы, необходимые для оценивания степени сформированности компетенций в процессе освоения учебной дисциплины**

**7.2.1. Типовые задания к контрольным работам:**

**Задание 1.**

**Задача 1.** Рассмотрим множество  $R$ , состоящее из двух точек  $a$  и  $b$ . Открытыми будем считать множество  $R$ , пустое множество  $\emptyset$  и точку  $a$ . Показать, что  $R$  – топологическое пространство.

Решение.

Прежде всего, вспомним определение топологического пространства. Будем говорить, что множество  $R$  элементов произвольной природы образует топологическое пространство, если в нем можно выделить некоторое семейство (обозначим его  $\tau = \{ G_\alpha \}$ ) подмножеств множества  $R$ , называемых открытыми множествами, если эти множества удовлетворяют следующим условиям (они называются аксиомами топологического пространства):

1. Объединение любого числа элементов из  $\tau$  принадлежит  $\tau$ .
2. Пересечение любого конечного числа множеств из  $\tau$  принадлежит  $\tau$ .
3. Пустое множество  $\emptyset$  принадлежит  $\tau$ .
4. Само множество  $R$  принадлежит  $\tau$ .

Часто семейство  $\tau$  открытых множеств называют топологией в  $R$ .

Заметим, что две аксиомы (3 и 4) выполняются по условию нашей задачи автоматически.

Рассмотрим объединение всех трех заданных открытых множеств, получим множество  $R$ , а оно открыто (выполнение аксиомы 1).

Теперь рассмотрим различные конечные (они и не могут быть бесконечными, так как множество  $R$  само конечно) пересечения открытых:  $R \cap \emptyset = \emptyset$ ,  $R \cap a = a$ ,  $a \cap \emptyset = \emptyset$  - это пересечения по два множества, пересечение всех трех:  $R \cap \emptyset \cap a = \emptyset$ . Таким образом, все получившиеся 4 множества принадлежат к открытым (выполнение аксиомы 2). Это озна-

чает, что все 4 аксиомы топологического пространства выполнены. Следовательно,  $R$  – топологическое пространство.

Конец решения.

**Задача 2.** Пусть  $R$  – это обычное трехмерное точечно-аффинное евклидово пространство. Тогда оно становится метрическим, если расстояние между точками приравнять длине вектора, соединяющего эти точки. А длина вектора, как известно, есть корень квадратный из скалярного квадрата вектора. Рассмотрим  $R$  как пространство с *естественной* (т. е. базу топологии составляют открытые шары) *топологией*, описанной в конспекте лекций.

Доказать, что произвольный отрезок  $[A, B]$  замкнут в этом пространстве.

Решение. Нам необходимо доказать, что дополнение к отрезку открыто. Воспользуемся для доказательства этого факта теоремой о том, что *открытое множество состоит только из внутренних точек*.

Возьмем произвольную точку  $C$ , не принадлежащую прямой  $AB$ . Радиус шара с центром в точке  $C$  выберем равным половине расстояния от точки  $C$  до прямой  $AB$ . Тогда эта окружность не пересекает не только отрезок  $[A, B]$ , но и всю прямую  $AB$ .

Пусть теперь  $C$  принадлежит прямой  $AB$ , но не отрезку  $[A, B]$ . Допустим, что точка  $C$  расположена ближе к  $A$  (аналогично можно рассмотреть случай, когда  $C$  расположена ближе к  $B$ ). Тогда радиус шара с центром в точке  $C$  возьмем равным половине расстояния от точки  $C$  до точки  $A$ . Очевидно, что шар не будет пересекать отрезок  $[A, B]$ .

Таким образом, всегда можно построить шар с центром в точке  $C$ , не имеющий общих точек с отрезком  $[A, B]$ . Значит, каждая точка  $C \notin [A, B]$ , т. е.  $C \in R \setminus [A, B]$  является внутренней для  $R \setminus [A, B]$ . Следовательно  $R \setminus [A, B]$  является открытым множеством. Тогда по определению  $[A, B]$  является замкнутым множеством. ■

Конец решения.

1. Выяснить, какие множества будут замкнутыми в задаче 1?
2. Определить в условиях задачи 2, какие из множеств являются замкнутыми:
  - а) открытый луч;
  - б) открытое полупространство;
  - в) множество всех точек некоторой прямой;
  - г) множество всех точек сферы.

### **Задание 2.**

*Определение.* Скажем, что система кривых  $\gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_k$  производит клеточное разбиение поверхности  $S$ , если выполнены условия:

- а) каждая из кривых  $\gamma_i$  ( $i = 1, 2, \dots, k$ ) гомеоморфна замкнутому отрезку;
- б) общими точками двух различных кривых  $\gamma_1$  и  $\gamma_2$  могут быть только их концы;
- в) из каждого конца кривой  $\gamma_i$  исходит по меньшей мере еще одна кривая  $\gamma_j$  ( $i \neq j$ );
- г) кривые  $\gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_k$  разбивают поверхность  $S$  на клетки  $G_1, G_2, \dots, G_n$ ; каждая клетка  $G_i$  гомеоморфна открытому кругу; две клетки  $G_i$  и  $G_j$ ,  $i \neq j$  не имеют общих точек; граница каждой клетки состоит из нескольких кривых;
- д) каждая из кривых служит частью границы двух и только двух клеток;
- е)  $S = G_1 \cup G_2 \cup \dots \cup G_n \cup \gamma_1 \cup \gamma_2 \dots \cup \gamma_k$ .

Тогда кривые  $\gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_k$  называются ребрами клеточного разбиения, их концы – вершинами.

Число  $\alpha_0 - \alpha_1 + \alpha_2$ , где  $\alpha_0, \alpha_1, \alpha_2$  – соответственно число вершин, ребер, клеток некоторого клеточного разбиения поверхности, называется эйлеровой характеристикой.

**Образцы решений**

**Задача.** Найти эйлерову характеристику сферы.

Решение.

Выколем из сферы одну точку – это будет единственная вершина. Тогда оставшаяся часть сферы гомеоморфна кругу (стереографическая проекция – см. конспект лекций), т. е. имеет ровно одну клетку. Получили:  $\alpha_0 = 1, \alpha_1 = 0, \alpha_2 = 1$ . Тогда эйлерова характеристика сферы равна  $\alpha_0 - \alpha_1 + \alpha_2 = 1 - 0 + 1 = 2$ .

Конец решения.

Найти эйлерову характеристику :

- а) тора;
- б) кренделя с двумя отверстиями.

**Задание 3.**

**Задача 1.** Доказать, что любые два интервала (a, b) и (c, d) гомеоморфны.

Решение. Гомеоморфизм между интервалами устанавливается, например, линейной функцией

$$y = \frac{d - c}{b - a} (x - a) + c.$$

Известно, что линейная функция биективна и непрерывна, причем в обе стороны, так как обратная функция также является линейной.

Конец решения.

**Задача 2.** Доказать, что интервал (a, b) и числовая ось  $\mathbb{R}$  гомеоморфны.

Решение. Гомеоморфизм между ними устанавливается, например, функцией

$$y = \operatorname{tg} \left( \frac{\pi(x - a)}{b - a} - \frac{\pi}{2} \right),$$

представляющей собой композицию функции тангенс и линейной функции. Каждая из них обратима и непрерывна, также и обратные – арктангенс и линейная – непрерывны.

Конец решения.

1. Доказать, что гомеоморфны внутренность круга и множество всех точек декартовой плоскости.
2. Показать, что отрезок и интервал не гомеоморфны.

**Критерии оценивания:**

- оценка «отлично» выставляется, если безошибочно выполнены все задания;
- оценка «хорошо» выставляется, если выполнены все задания, но допущены ошибки, не влияющие на ход и смысл их решения;
- оценка «удовлетворительно» выставляется, если выполнено правильно хотя бы одно задание работы;
- оценка «неудовлетворительно» выставляется, если не выполнено правильно ни одного задания.

**7.2.2. Примерные вопросы к итоговой аттестации (зачет – 1 курс)**

1. Понятие топологического пространства, примеры топологических пространств.
2. Понятие метрического пространства
3. Непрерывные отображения топологических пространств
4. Гомеоморфизм топологических пространств. Примеры.
5. Компактность и связность топологических и метрических пространств
6. Плоские и пространственные кривые. Примеры.
7. Репер Френе.
8. Кривизна и кручение кривой, формулы.

9. Натуральные уравнения кривой.
10. Определение и способы задания поверхности и гладкой поверхности.
11. Касательная плоскость и нормаль к поверхности.
12. Первая квадратичная форма и ее роль.
13. Вторая квадратичная форма.
14. Кривизна линии на поверхности
15. Главные кривизны поверхности. Полная (гауссова) и средняя кривизны поверхности
16. Определение гладкого многообразия.
17. Примеры. Многообразия с краем.
18. Отображения многообразий
19. Касательный вектор и касательное пространство к многообразию
20. Векторные поля на многообразии.
21. Теорема Гаусса-Бонне.
22. Индекс особой точки векторного поля.
23. Теорема Пуанкаре-Бендиксона
24. Интеграл дифференциальной формы. Общая формула Стокса
25. Формулы Грина, Стокса, Остроградского-Гаусса.

### **7.2.3. Критерии оценки устного ответа на вопросы по дисциплине «Дифференциальная геометрия»:**

- ✓ Оценка 5 - если ответ показывает глубокое и систематическое знание всего программного материала и структуры конкретного вопроса, а также основного содержания и новаций лекционного курса по сравнению с учебной литературой. Студент демонстрирует отчетливое и свободное владение концептуально-понятийным аппаратом, научным языком и терминологией соответствующей научной области. Знание основной литературы и знакомство с дополнительно рекомендованной литературой. Логически корректное и убедительное изложение ответа.
- ✓ Оценка 4 - знание узловых проблем программы и основного содержания лекционного курса; умение пользоваться концептуально-понятийным аппаратом в процессе анализа основных проблем в рамках данной темы; знание важнейших работ из списка рекомендованной литературы. В целом логически корректное, но не всегда точное и аргументированное изложение ответа.
- ✓ Оценка 3 – фрагментарные, поверхностные знания важнейших разделов программы и содержания лекционного курса; затруднения с использованием научно-понятийного аппарата и терминологии учебной дисциплины; неполное знакомство с рекомендованной литературой; частичные затруднения с выполнением предусмотренных программой заданий; стремление логически определенно и последовательно изложить ответ.
- ✓ Оценка 2 – незнание, либо отрывочное представление о данной проблеме в рамках учебно-программного материала; неумение использовать понятийный аппарат; отсутствие логической связи в ответе.

### **7.2.4. Бально-рейтинговая система оценки знаний бакалавров**

Согласно Положения о бально-рейтинговой системе оценки знаний бакалавров баллы выставляются в соответствующих графах журнала (см. «Журнал учета бально-рейтинговых показателей студенческой группы») в следующем порядке:

«Посещение» - 2 балла за присутствие на занятии без замечаний со стороны преподавателя; 1 балл за опоздание или иное незначительное нарушение дисциплины; 0 баллов за пропуск одного занятия (вне зависимости от уважительности пропуска) или опоздание более чем на 15 минут или иное нарушение дисциплины.

«Активность» - от 0 до 5 баллов выставляется преподавателем за демонстрацию студентом знаний во время занятия письменно или устно, за подготовку домашнего задания, участие в дискуссии на заданную тему и т.д., то есть за работу на занятии. При этом преподаватель должен опросить не менее 25% из числа студентов, присутствующих на практическом занятии.

«Контрольная работа» или «тестирование» - от 0 до 5 баллов выставляется преподавателем по результатам контрольной работы или тестирования группы, проведенных во внеаудиторное время. Предполагается, что преподаватель по согласованию с деканатом проводит подобные мероприятия по выявлению остаточных знаний студентов не реже одного раза на каждые 36 часов аудиторного времени.

«Отработка» - от 0 до 2 баллов выставляется за отработку каждого пропущенного лекционного занятия и от 0 до 4 баллов может быть поставлено преподавателем за отработку студентом пропуска одного практического занятия или практикума. За один раз можно отработать не более шести пропусков (т.е., студенту выставляется не более 18 баллов, если все пропущенные шесть занятий являлись практическими) вне зависимости от уважительности пропусков занятий.

«Пропуски в часах всего» - количество пропущенных занятий за отчетный период умножается на два (1 занятие=2 часам) (заполняется делопроизводителем деканата).

«Пропуски по неуважительной причине» - графа заполняется делопроизводителем деканата.

«Попуски по уважительной причине» - графа заполняется делопроизводителем деканата.

«Корректировка баллов за пропуски» - графа заполняется делопроизводителем деканата.

«Итого баллов за отчетный период» - сумма всех выставленных баллов за данный период (графа заполняется делопроизводителем деканата).

### **Таблица перевода балльно-рейтинговых показателей в отметки традиционной системы оценивания**

Соотношение часов лекционных и практических занятий	0/2	1/3	1/2	2/3	1/1	3/2	2/1	3/1	2/0	Соответствие отметки коэффициенту
Коэффициент соответствия балльных показателей традиционной отметке	1,5	1,1	1,1	1,1	1,1	1,1	1,1	1,1	1,1	«зачтено»
	1	1	1	1	1	1	1	1	1	«удовлетворительно»
	2	1,75	1,65	1,6	1,5	1,4	1,35	1,25	-	«хорошо»
	3	2,5	2,3	2,2	2	1,8	1,7	1,5	-	«отлично»

Необходимое количество баллов для выставления отметок («зачтено», «удовлетворительно», «хорошо», «отлично») определяется произведением реально проведенных



аудиторных часов (n) за отчетный период на коэффициент соответствия в зависимости от соотношения часов лекционных и практических занятий согласно приведенной таблице.

«Журнал учета балльно-рейтинговых показателей студенческой группы» заполняется преподавателем на каждом занятии.

В случае болезни или другой уважительной причины отсутствия студента на занятиях, ему предоставляется право отработать занятия по индивидуальному графику.

Студенту, набравшему количество баллов менее определенного порогового уровня, выставляется оценка "неудовлетворительно" или "не зачтено". Порядок ликвидации задолженностей и прохождения дальнейшего обучения регулируется на основе действующего законодательства РФ и локальных актов КЧГУ.

Текущий контроль по лекционному материалу проводит лектор, по практическим занятиям – преподаватель, проводивший эти занятия. Контроль может проводиться и совместно.

## **8. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)**

### **8.1. Основная литература:**

1. Мищенко, А. С. Краткий курс дифференциальной геометрии и топологии / А.С. Мищенко, А.Т. Фоменко. - Москва: ФИЗМАТЛИТ, 2004. - 304 с. (Классический университетский учебник) ISBN 5-9221-0442-X. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/544615> (дата обращения: 30.07.2020). – Режим доступа: по подписке. – Текст: электронный.
2. Примаков, Д. А. Геометрия и топология : учебное пособие / Д. А. Примаков, Р. Я. Хамидуллин. - 2-е изд., перераб. и доп. - Москва : МФПА, 2011. - 272 с. - ISBN 978-5-902597-13-1. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/451172> (дата обращения: 20.08.2020). – Режим доступа: по подписке. – Текст: электронный.
3. Розендорн, Э. Р. Задачи по дифференциальной геометрии / Э. Р. Розендорн. - 3-е изд., испр. и доп. - Москва: ФИЗМАТЛИТ, 2008. - 144 с. - ISBN 978-5-9221-0821-8. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/544679> (дата обращения: 30.07.2020). – Режим доступа: по подписке. – Текст: электронный.

### **8.2. Дополнительная литература:**

1. Игнаточкина, Л. А. Топология для бакалавров математики : учебное пособие / Л. А. Игнаточкина. - Москва: Прометей, 2016. - 88 с. - ISBN 978-5-9907453-1-5. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/557085> (дата обращения: 20.08.2020). – Режим доступа: по подписке. – Текст: электронный.
2. Федорчук, В. В. Общая топология. Основные конструкции: учебное пособие / В. В. Федорчук, В. В. Филиппов. - 2-е изд., испр. и доп. - Москва : ФИЗМАТЛИТ, 2006. - 336 с. - ISBN 5-9221-0618-X. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/544634> (дата обращения: 20.08.2020). – Режим доступа: по подписке. – Текст: электронный.

## 9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)

### Дифференциальная геометрия

вид учебных занятий	Организация деятельности студента
Практические занятия	Конспектирование источников. Работа с конспектом лекций, подготовка ответов к контрольным вопросам, просмотр рекомендуемой литературы, работа с текстом
Контрольная работа/индивидуальные задания	Знакомство с основной и дополнительной литературой, включая справочные издания, зарубежные источники, конспект основных положений, терминов, сведений, требующих для запоминания и являющихся основополагающими в этой теме. Составление аннотаций к прочитанным литературным источникам и др.
Подготовка к зачету	При подготовке к зачету (зачету) необходимо ориентироваться на конспекты лекций, рекомендуемую литературу и др.

Самостоятельная работа студентов по дисциплине «Дифференциальная геометрия» предполагает более глубокую проработку ими отдельных тем курса, определенных программой. Основными видами и формами самостоятельной работы студентов по данной дисциплине являются:

- подготовка рефератов и докладов к практическим занятиям;
- самоподготовка по вопросам;
- подготовка к зачету и экзамену.

Важной частью самостоятельной работы является чтение учебной литературы. Основная функция учебников - ориентировать студента в системе тех знаний, умений и навыков, которые должны быть усвоены по данной дисциплине будущими специалистами. В процессе изучения данной дисциплины учитывается посещаемость лекций, оценивается активность студентов на практических занятиях, а также качество и своевременность подготовки теоретических материалов, исследовательских проектов и презентаций рефератов. По окончании изучения дисциплины проводится зачет по предложенным вопросам и заданиям.

Вопросы, выносимые на зачет, должны служить постоянными ориентирами при организации самостоятельной работы студента. Таким образом, усвоение учебного предмета в процессе самостоятельного изучения учебной и научной литературы является и подготовкой к зачету, а сам зачет становится формой проверки качества всего процесса учебной деятельности студента.

Студент, показавший высокий уровень владения знаниями, умениями и навыками по предложенному вопросу, считается успешно освоившим учебный курс. В случае большого количества затруднений при раскрытии предложенного на зачете вопроса студенту предлагается повторная сдача в установленном порядке.

Для успешного овладения курсом необходимо выполнять следующие требования:

- 1) посещать все занятия, т.к. весь тематический материал взаимосвязан между собой и теоретического овладения пропущенного недостаточно для качественного усвоения;
- 2) все рассматриваемые на практических занятиях темы обязательно конспектировать в отдельную тетрадь и сохранять её до окончания обучения в вузе;
- 3) обязательно выполнять все домашние задания;
- 4) проявлять активность на занятиях и при подготовке, т.к. конечный результат овладения содержанием дисциплины необходим, в первую очередь, самому студенту;
- 5) в случаях пропуска занятий, по каким-либо причинам, обязательно «отрабатывать» пропущенное занятие преподавателю во время индивидуальных консультаций.

## 10. Требования к условиям реализации рабочей программы дисциплины (модуля)

### 10.1. Общесистемные требования

Электронная информационно-образовательная среда ФГБОУ ВО «КЧГУ»

<http://kchgu.ru> - адрес официального сайта университета

<https://do.kchgu.ru> - электронная информационно-образовательная среда КЧГУ

#### Электронно-библиотечные системы (электронные библиотеки)

Учебный год	Наименование документа с указанием реквизитов	Срок действия документа
2023 / 2024 учебный год	Договор № 915 ЭБС ООО «Знаниум» от 12.05.2023г.	Действует до 15.05.2024 г.
	Электронно-библиотечная система «Лань». Договор № СЭБ НВ-294 от 1 декабря 2020 года.	Бессрочный
2023 / 2024 учебный год	Электронная библиотека КЧГУ (Э.Б.). Положение об ЭБ утверждено Ученым советом от 30.09.2015г. Протокол № 1). Электронный адрес: <a href="https://kchgu.ru/biblioteka-kchgu/">https://kchgu.ru/biblioteka-kchgu/</a>	Бессрочный
2023 / 2024 учебный год	Электронно-библиотечные системы: Научная электронная библиотека «ELIBRARY.RU» - <a href="https://www.elibrary.ru">https://www.elibrary.ru</a> . Лицензионное соглашение №15646 от 01.08.2014г. Бесплатно. Национальная электронная библиотека (НЭБ) – <a href="https://rusneb.ru">https://rusneb.ru</a> . Договор №101/НЭБ/1391 от 22.03.2016г. Бесплатно. Электронный ресурс «Polred.com Обзор СМИ» – <a href="https://polpred.com">https://polpred.com</a> . Соглашение. Бесплатно.	Бессрочно

### 10.2. Материально-техническое и учебно-методическое обеспечение дисциплины

369200, Карачаево-Черкесская республика, г. Карачаевск, ул. Ленина, 29. Учебный корпус № 2, ауд. 8.

Учебная аудитория для проведения лекционных и практических занятий, занятий семинарского типа, курсового проектирования (выполнения курсовых работ), групповых и индивидуальных консультаций, в том числе во время учебных и производственных практик, текущего контроля, промежуточных аттестаций и государственной итоговой аттестации. *Специализированная мебель:* столы ученические, стулья, стол и стул для преподавателя, доска маркерная, интерактивная доска, математические таблицы, портреты ученых-математиков с описанием их биографии, выставка школьных учебников.

*Технические средства обучения:* персональный компьютер с подключением к сети «Интернет» и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду университета, проектор.

### 10.3. Необходимый комплект лицензионного программного обеспечения

1. ABBY FineReader (лицензия №FCRP-1100-1002-3937), бессрочная.
2. Calculate Linux (внесён в ЕРПП Приказом Минкомсвязи №665 от 30.11.2018-2020), бессрочная.
3. Google G Suite for Education (IC: 01i1p5u8), бессрочная.
4. Антивирус Касперского. Действует до 03.03.2025г. (Договор № 56/2023 от 25 января 2023г.)
5. Microsoft Office (лицензия №60127446), бессрочная.
6. Microsoft Windows (лицензия №60290784), бессрочная.

## 10.4. Современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы

### Современные профессиональные базы данных

1. Федеральный портал «Российское образование»- <https://edu.ru/documents/>
2. Единая коллекция цифровых образовательных ресурсов (Единая коллекция ЦОР) – <http://school-collection.edu.ru/>
3. Базы данных Scopus издательства Elsevir  
<http://www.scopus.com/search/form.uri?display=basic>.

### Информационные справочные системы

1. Портал Федеральных государственных образовательных стандартов высшего образования - <http://fgosvo.ru>.
2. Федеральный центр информационно-образовательных ресурсов (ФЦИОР) –<http://edu.ru>.
3. Единая коллекция цифровых образовательных ресурсов (Единая коллекция ЦОР) – <http://school-collection.edu.ru>.
4. Информационная система «Единое окно доступа к образовательным ресурсам» (ИС «Единое окно») – <http://window.edu.ru>.
5. Информационная система «Информии».

## 11. Особенности реализации дисциплины для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья

В группах, в состав которых входят студенты с ОВЗ, в процессе проведения учебных занятий создается гибкая, вариативная организационно-методическая система обучения, адекватная образовательным потребностям данной категории обучающихся, которая позволяет не только обеспечить преемственность систем общего (инклюзивного) и высшего образования, но и будет способствовать формированию у них компетенций, предусмотренных ФГОС ВО, ускорит темпы профессионального становления, а также будет способствовать их социальной адаптации.

В процессе преподавания учебной дисциплины создается на каждом занятии толерантная социокультурная среда, необходимая для формирования у всех обучающихся гражданской, правовой и профессиональной позиции соучастия, готовности к полноценному общению, сотрудничеству, способности толерантно воспринимать социальные, личностные и культурные различия, в том числе и характерные для обучающихся с ОВЗ.

Посредством совместной, индивидуальной и групповой работы формируется у всех обучающихся активная жизненная позиция и развитие способности жить в мире разных людей и идей, а также обеспечивается соблюдение обучающимися их прав и свобод и признание права другого человека, в том числе и обучающихся с ОВЗ на такие же права.

В группах, в состав которых входят обучающиеся с ОВЗ, в процессе учебных занятий используются технологии, направленные на диагностику уровня и темпов профессионального становления обучающихся с ОВЗ, а также технологии мониторинга степени успешности формирования у них компетенций, предусмотренных ФГОС ВО при изучении данной учебной дисциплины, используя с этой целью специальные оценочные материалы и формы проведения промежуточной и итоговой аттестации, специальные технические средства, предоставляя обучающимся с ОВЗ дополнительное время для подготовки ответов, привлекая тьютеров).

Материально-техническая база для реализации программы:

1. Мультимедийные средства:  
–интерактивные доски «Smart Board», «Toshiba»;

- экраны проекционные на штативе 280\*120;
- мультимедиа-проекторы Epson, Benq, Mitsubishi, Aser;

## 2. Презентационное оборудование:

- радиосистемы AKG, Shure, Quik;
- видеокомплекты Microsoft, Logitech;
- микрофоны беспроводные;
- класс компьютерный мультимедийный на 21 мест;
- ноутбуки Aser, Toshiba, Asus, HP;

Наличие компьютерной техники и специального программного обеспечения: имеются рабочие места, оборудованные рельефно-точечными клавиатурами (шрифт Брайля), программное обеспечение NVDA с функцией синтезатора речи, видеоувеличителем, клавиатурой для лиц с ДЦП, роллером Распределение специализированного оборудования.

## 12. Лист регистрации изменений

Изменение	Дата и номер протокола ученого совета факультета/института, на котором были рассмотрены вопросы о необходимости внесения изменений в ОП ВО	Дата и номер протокола ученого совета Университета, на котором были утверждены изменения в ОП ВО	Дата введения изменений
Обновлены договоры на предоставление доступа к электронно-библиотечным системам: Электронно-библиотечная система ООО «Знаниум». Договор № 5184 ЭБС от 25.03.2021г. (срок действия с 30.03.2021 по 30.03.2022г.), Электронно-библиотечная система «Лань». Договор №СЭБ НВ-294 от 01.12.2020г. Бессрочный.			
Переутверждена ОП ВО. Обновлены РПД, РПП, программы ГИА, календарный график учебного процесса. Обновлены договоры: 1. Антивирус Касперского. Действует до 03.03.2025г. (Договор № 56/2023 от 25 января 2023г.). 2. Договор № 915 ЭБС ООО «Знаниум» от 12.05.2023г. Действует до 15.05.2024г.)		29.06.2023 г., протокол № 8	

Решение кафедры: рабочая программа рассмотрена и утверждена на заседании кафедры: алгебры и геометрии на 2023-2024 уч. год. Протокол № 10 от 30.06.2023 г.

Зав. каф. Гербеков Х.А.



30.06.2023 г.